Problema 9.2.2.

Transformaţi din limbaj natural în formule predicative afirmaţiile următoare, alegând corespunzător constantele, simbolurile de funcţii şi simbolurile de predicate.

1. Oricare ar fi două cercuri, dacă distanţa dintre centrele lor este mai mică decât suma razelor lor, atunci cele două cercuri se intersectează.

D = Mulțimea tuturor cercurilor.

Constante: -

Simboluri de funcții: *~~f~~* ~~: D~~~~?~~ ~~® D~~

Simboluri de predicate: P: D2 ® {T,F} P(x,y)=”distanţa dintre centrele cercurilor x și y este mai mică decât suma razelor lor”

Q: D2 ® {T,F} Q(x,y)=”cercurile x și y se intersectează”

("x)("y) ( P(x,y) ® Q(x,y) )

Problema 9.2.3.

Să se evalueze formulele următoare în interpretările precizate:

1. U= ("x)( $y) P(x,y) ® ( $y) ("x) P(x,y)

Interpretarea =<*D*,*m*>, unde:

*D* = mulţimea tuturor triunghiurilor,

*m*(*P*): *D*2®{T,F},  „*Aria*(*x*)  *Aria*(*y*)”;

nI(U)= nI(("x)( $y) P(x,y) ® ( $y) ("x) P(x,y)) = nI(("x)( $y) P(x,y)) ® nI(($y) ("x) P(x,y)) =

= ”oricare ar fi x un triunghi există un triunghi y de arie mai mare sau egală” ® ”există un triunghi y pentru care orice alt triunghi x are aria mai mică sau egală decât a lui y” = T ® F = F Þ *I* este anti-model, deci U nu este tautologie

Problema 9.2.4.

Demonstraţi că formulele următoare nu sunt valide construind anti-modele pentru acestea:

4. U= ($x)P(x) Ù ($x)Q(x) ® ($x)(P(x) Ù Q(x));

I1 = <D1,m1>

D1 = **N**

m1(P): **N** ® {T,F}, m1(P)(x)=””

m1(Q): **N** ® {T,F}, m1(Q)(x)=””

(U)= (($x)P(x) Ù ($x)Q(x) ® ($x)(P(x) Ù Q(x))) =

= (($x)P(x) Ù ($x)Q(x)) ® ( ($x)(P(x) Ù Q(x))) =

= (($x)P(x)) Ù (($x)Q(x)) ® (($x)(P(x) Ù Q(x))) =

= „$x Î **N** a.î. ” Ù „$x Î **N** a.î. ” ® „$x Î **N** a.î. ” =

= T Ù T ® T = T® T = T Þ *I* este model, deci U este consistentă

I2 = <D2,m2>

D2 = **N**

m2(P): **N** ® {T,F}, m2(P)(x)=””

m2(Q): **N** ® {T,F}, m2(Q)(x)=””

(U)= (($x)P(x) Ù ($x)Q(x) ® ($x)(P(x) Ù Q(x))) =

= (($x)P(x) Ù ($x)Q(x)) ® ( ($x)(P(x) Ù Q(x))) =

= (($x)P(x)) Ù (($x)Q(x)) ® (($x)(P(x) Ù Q(x))) =

= „$x Î **N** a.î. ” Ù „$x Î **N** a.î. ” ® „$x Î **N** a.î. ” =

= T Ù T ® F = T® F = F Þ *I2* este anti-model, deci U este consistentă

Problema 9.2.5.

Alegeţi o interpretare arbitrară pentru formula *U* şi arătaţi că aceasta este model al formulei.

4. *U* =;

**Observaţie:** Toate formulele de la Problema 9.2.5. sunt valide.

I = <D,m>

D = **Z**

m(A): **Z** ® {T,F}, m(A)(x)=”x > 10”

m(B): **Z** ® {T,F}, m(B)(x)=”x < 15”

nI(U) = nI( ($x) (A(x) ® B(x) ) « (("x) A(x) ® ($x) B(x))) =

= nI( ($x) (A(x) ® B(x) )) « nI( ("x) A(x) ® ($x) B(x)) =

= nI( ($x) (A(x) ® B(x) )) « ( nI( ("x) A(x) ) ® nI( ($x) B(x)) ) =

= „$xÎ**Z** a.î. dacă x > 10 atunci x < 15” « ( „"xÎ**Z**,x >10 “ ® „$xÎ**Z**, x < 15” ) =

= T « ( F ® T ) = T « T = T, deci *I* este model, U este consistentă